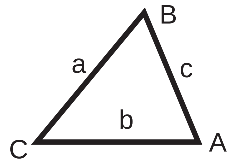
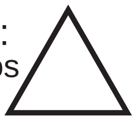
TRIÁNGULO: Superficie plana limitada por tres segmentos o lados que se cortan dos a dos en tres vértices.
NOMENCLATURA: Los vértices se nombran con letras minúsculas y los lados con letras mayúsculas empleando la misma letra que el vértice opuesto.



CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS:

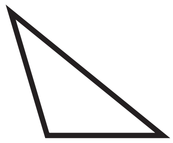
Según sus lados

Equilátero: los tres lados iguales



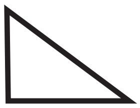
Isósceles: dos lados iguales

Escaleno: tres lados desiguales



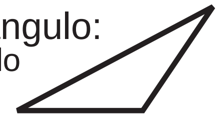
Según sus ángulos

Recto: un ángulo recto(90º)



Acutángulo: tres ángulos agudos

Obtusángulo: un ángulo obtuso



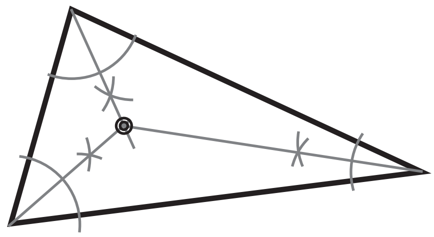
TEOREMAS FUNDAMENTALES O PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

1º-La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es de 180º
2º-Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.
3º-La suma de los tres ángulos exteriores de un triángulo es igual a 360º.
4º-En todo triángulo isosceles, a lados iguales se oponen ángulos iguales.
5º-En todo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo
6º-En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos, pero ma yor que su diferencia.

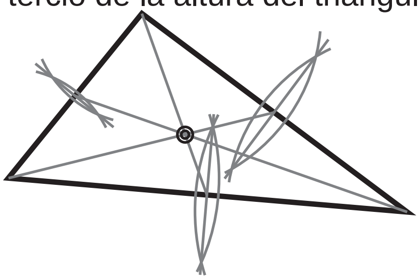
PUNTOS Y RECTAS NOTABLES

INCENTRO: Intersección de las bisectrices, centro de la circunferencia inscrita

BISECTRIZ: Es la recta que divide los ángulos o vértices del triángulo en dos mitades iguales. También es la recta cuyos puntos equidistan de los lados de un ángulo. Por lo tanto el incentro está a la misma distancia de los tres lados del triángulo.



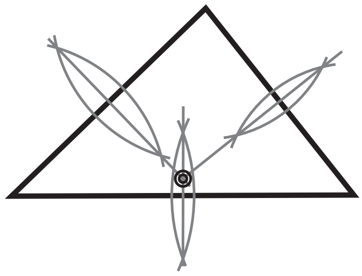
BARICENTRO: Intersección de las medianas, centro de gravedad del triángulo se encuentra a un tercio de la altura del triángulo.



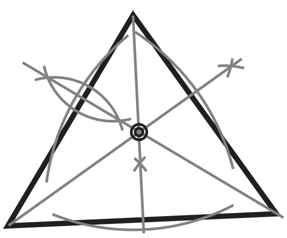
MEDIANA: Es la recta de un triángulo que parte de un vértice al punto medio del lado opuesto.
Todas las medianas, al ser dividas en tres partes iguales, el baricentro siempre se situa a un tercio del lado y a dos tercios del vértice.

CIRCUNCENTRO:Punto de corte de mediarices, centro de circunferencia circunscrita

MEDIATRIZ: es la recta que divide los lados del triángulo en dos mitades iguales, también equidista de los vértices. Por lo tanto el circuncentro equidista de los tres vértices del triángulo.

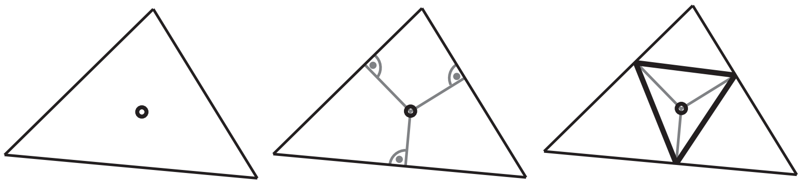


ORTOCENTRO: Intersección de las alturas



ALTURA: La altura en un triángulo (y en cualquier polígono) es la recta que parte de un vértice perpendicular al lado opuesto

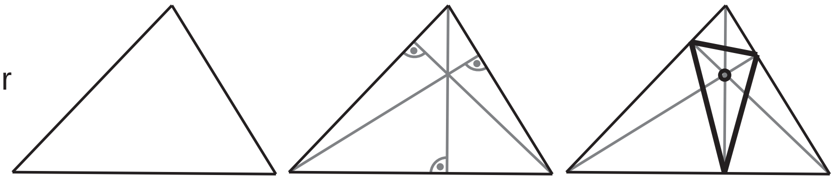
TRIÁNGULO PODAR RESPECTO A UN PUNTO P:



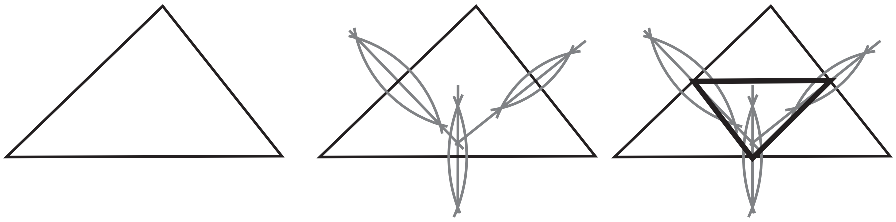
El triángulo podar de otro respecto a un punto es aquel que surge unir los pies de las perpendiculares desde el punto a los lados del triángulo

TRIÁNGULO ÓRTICO

El triángulo Órtico, o triángulo podar órtico, de otro es aquel que surge de unir los pies de las alturas del primero. El incentro del triángulo órtico es el ortocentro del primero.

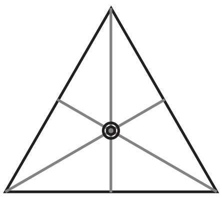


TRIÁNGULO COMPLEMENTARIO

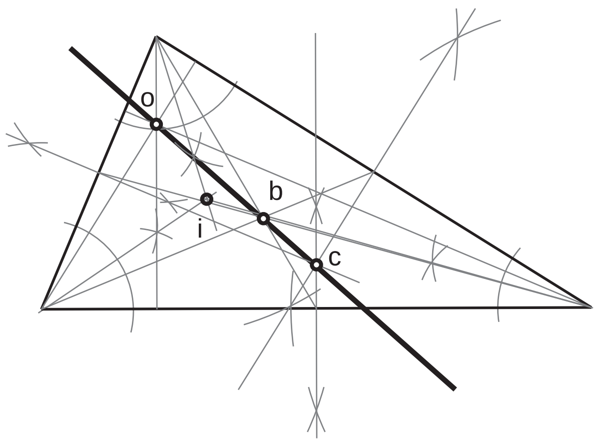


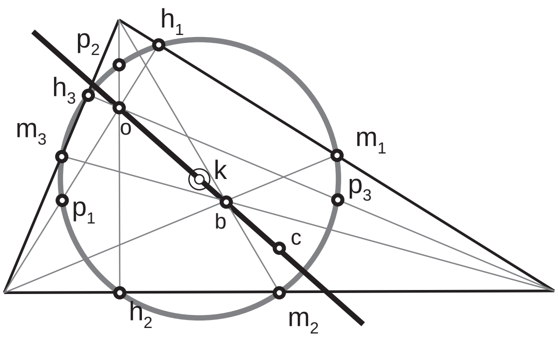
El triángulo complementario de otro es aquel que surge de unir los puntos medios de los lados del primero.

RECTA DE EULER



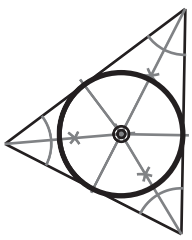
En el triángulo equilátero todos los puntos y rectas notables son coincidentes.
En el resto de triángulos se cumple siempre que ortocentro, baricentro y circuncentro están alineados en la llamada recta de Euler.



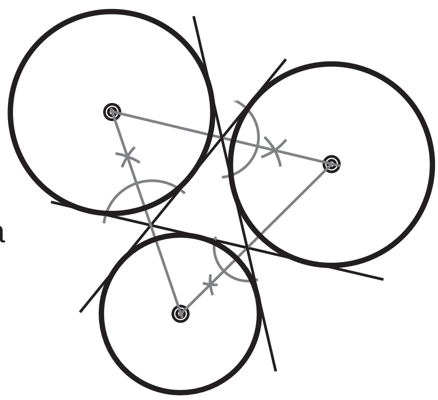


Karl Wilhelm Feuerbach, como profesor de instituto, descubrió que los tres puntos medios de los lados (m), los tres pies de las alturas (h) y los tres puntos medios que unen el ortocentro con los vértices (p) se encuentran siempre sobre una circunferencia cuyo centro (k) se halla en la recta de euler.

EXINCENTROS: CIRCUNFERENCIAS EXINSCRITAS



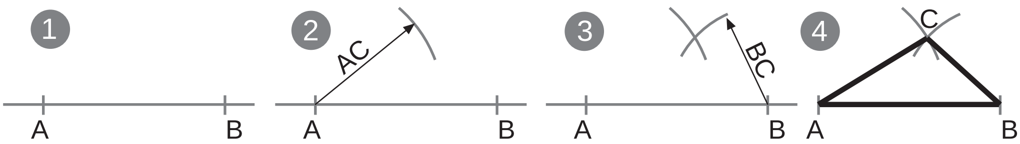
Encontramos el **incentro** en la intersección de las bisectrices de los ángulos interiores del triángulo y esta es el centro de la circunferencia inscrita



Prolongando los lados del triángulo y trazando las bisectrices de los ángulos exteriores encontramos los exincentros.

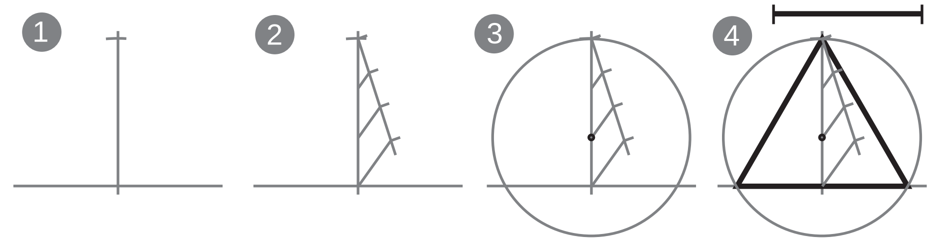
Los exincentros son los centros de las circunferencias tángentes, exteriores a los tres lados del triángulo

Construcción de un triángulo conocidos sus tres lados:



1º Sobre una recta r se copia el segmento AB.
2º Con radio AC y centro A trazamos otro arco.
3º Con radio BC y centro en B trazamos otro arco.
4º La intersección de ambos arcos es el vértice C.

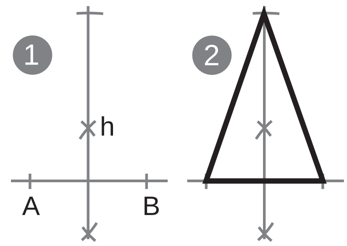
Construcción de un triángulo equilátero conocida la altura:



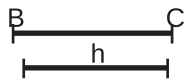
1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base del triángulo. A partir de esta trazamos una perpendicular y sobre ella copiamos la altura dada.
2º Dividimos la altura en tres partes iguales.
3º Haciendo centro en la primera división de la altura, con radio hasta el extremo superior de esta trazamos una ciurcunferencia.
4º Los puntos donde la circunferencia corta a la recta de la base seran los extremos de esta. Trazamos el triángulo.

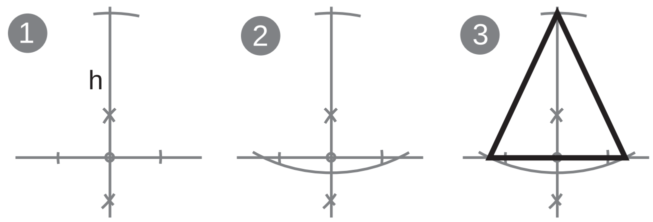
Construcción de un triángulo isósceles conocida la base AB y la altura h :

1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base del triángulo AB. A partir de esta trazamos la mediatriz y sobre ella copiamos la altura dada.
2º Dividimos la altura en tres partes iguales.



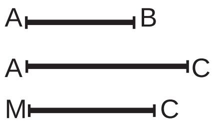
Construcción de un triángulo isósceles conocidos los lados iguales BC y la altura h:

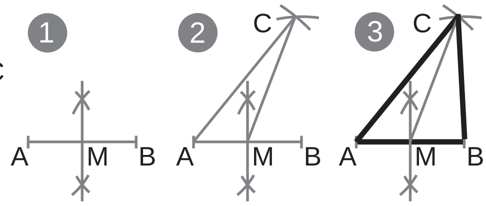




1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base. A partir de esta trazamos una perpendicular y sobre ella copiamos la altura dada.
2º Con centro en el extremo superior de la altura y radio igual al lado dado trazamos un arco que corta a la primera recta en dos puntos que serán los extremos de la base.
3º Trazamos el triángulo.

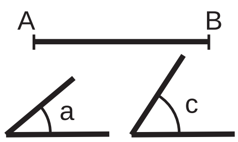
Construcción de un triángulo conocidos dos lados AB y BC y la mediana correspondiente a AB:

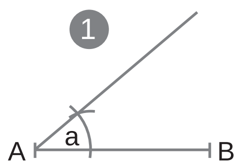


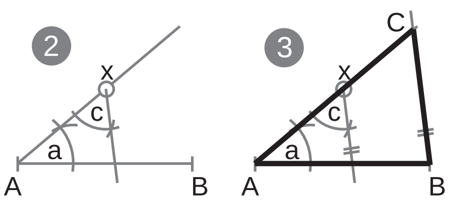


1º- Trazamos la mediatriz de AB encontrando el punto M.
2º- A partir del segmento AM, empleando las magnitudes del lado AC y mediana MC, trazamos el triángulo AMC.
3º- Trazamos el triángulo ABC.

Construcción de un triángulo conocido el lado AB el angulo adyacente a y el ángulo opuesto c :

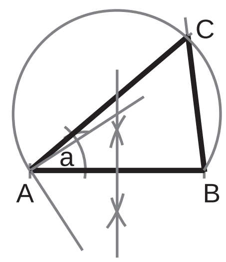




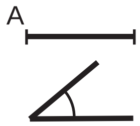


1º- Con vértice en el extremo A del lado dado copiamos el ángulo a.
2º- Sobre un punto cualquiera (x) del lado del ángulo copiado, copiamos el ángulo c.
3º- Trazamos una paralela a ese tercer lado pasando por B para obetener el punto C y trazamos el triángulo.

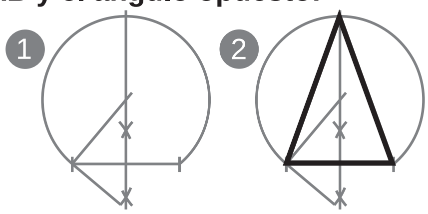
NOTA: Podemos sustituir el 2º y 3er pasos de este método por la construcción del arco capaz del ángulo c del segmento AB. donde este corta a la recta oblicua encontraremos C. (Dibujo a la deerecha).



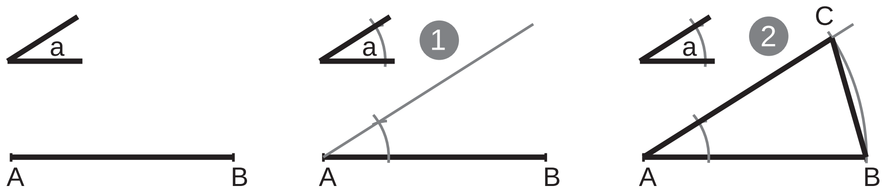
Construcción de un triángulo isósceles conocida la base desigual AB y el ángulo opuesto:



1º- Trazamos el arco capaz de dicho ángulo.
2º- El punto donde la mediatriz (que ya hemos trazado para averiguar el centro del arco) corta al arco capaz es el vértice superior del triángulo.



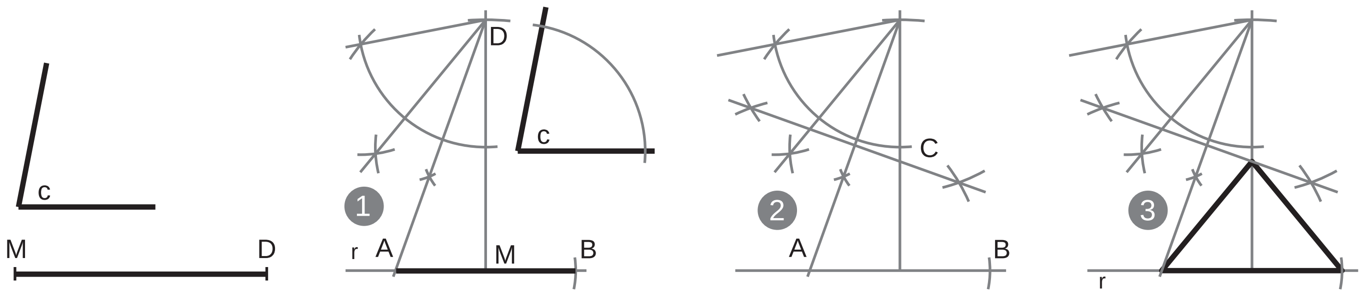
Construcción de un triángulo isósceles conocida la magintud de los lados iguales, AB, y el ángulo a comprendido entre ambos.



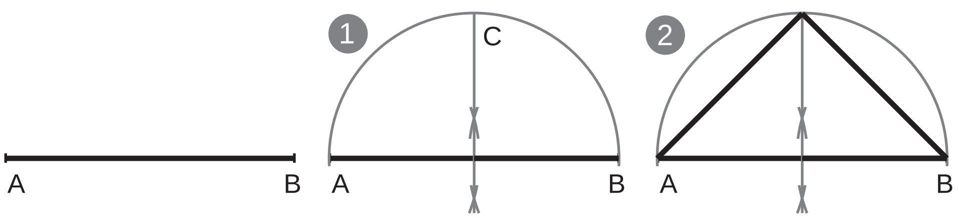
1º- A partir de A copiamos el ángulo a.
2º- Con centro en A y radio AB trazamos un arco que corta al otro lado del ángulo en C.

Construcción de un triángulo isosceles conocido el ángulo desigual y la suma de uno de los lados iguales y la altura desigual, MD.

1º- Sobre una recta r que contendrá la base AB situamos perpendicularmente el segmento MD. A partir de su extremo superior copiamos el ángulo c. Trazamos su bisectriz y a la mitad del ángulo obtenida le trazamos su bisectriz que corta en A a la recta r. Trazamos el simétrico de A respecto al eje de simetría MD obteniendo B.
2º- Trazamos la mediatriz de la bisectriz DA obteniendo sombre el segmento MD el punto C.
3º- Trazamos el triángulo.

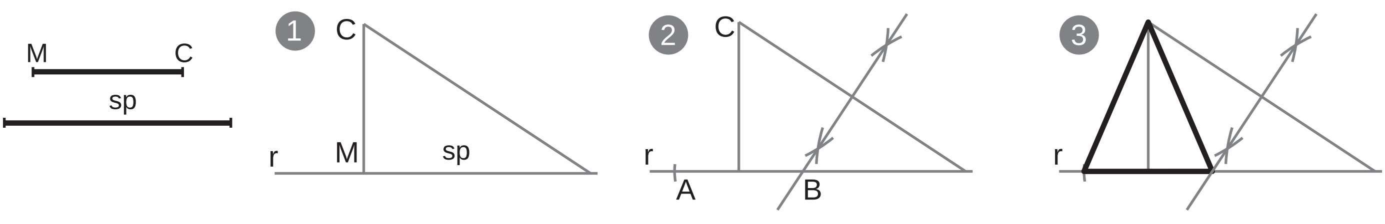


Construcción de un triángulo isósceles rectángulo a partir de AB, base del triángulo, siendo C el vértice opuesto a AB el ángulo recto.



1º Trazamos la mediatriz del segmento AB y con centro en el punto medio la semicircunferencia de diametro AB. (Arco Capaz de 90º del segmento AB). La intersección de la mediatriz con la semicircunferencia es el punto C.
2º- Trazamos el triángulo.

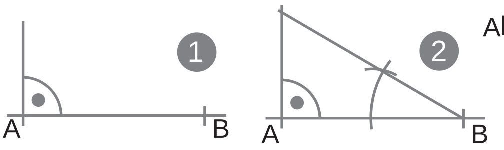
Construcción de un triángulo isósceles conocido el semiperímetro sp y su altura MC.

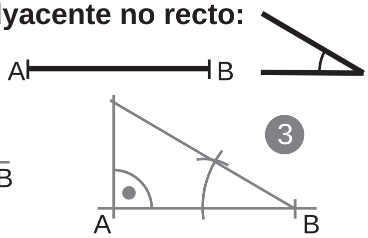


1º- Sobre una recta r, construimos el triángulo rectángulo de catetos sp y CM.
2º- Trazamos la mediatriz a la hipotenusa, obteniendo el punto B. Con centro en M trasladamos la magnitud MB al otro lado de la recta r, obteniendo el vértice A.
3º- Unimos A, B y C para dibujar el triángulo buscado.

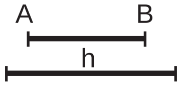
Construcción de un triángulo rectángulo conocido un cateto y el ángulo adyacente no recto:

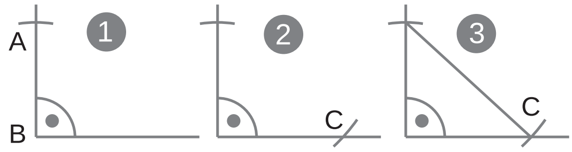
1º-Copiamos el segmento AB sobre una recta horizontal. Desde el extremo A levantamos una perpendicular.
2º-A partir del extremo B copiamos el ángulo dado.
3º-El punto intersección entre el lado del ángulo copiado y la perpendicular por A es C. Trazamos el triángulo.





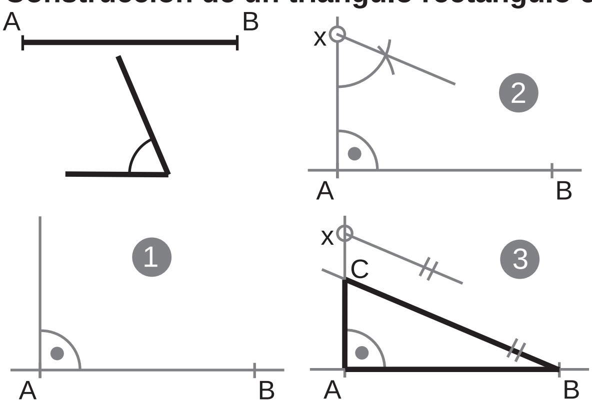
Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa h y un cateto AB:



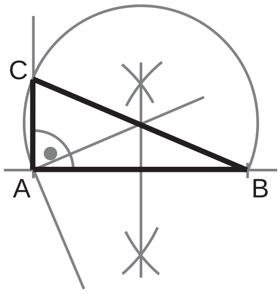


1º- Trazamos una semirecta y por su extremo levantamos una perpendicular. Sobre esta copiamos la medida del cateto AB.
2º- Con centro en B (extremo superior del cateto) y radio h trazamos un arco que corta a la semirecta en C, tercer vértice del triángulo.
3º- Trazamos el triángulo.

Construcción de un triángulo rectángulo conocido el cateto AB y el ángulo opuesto:



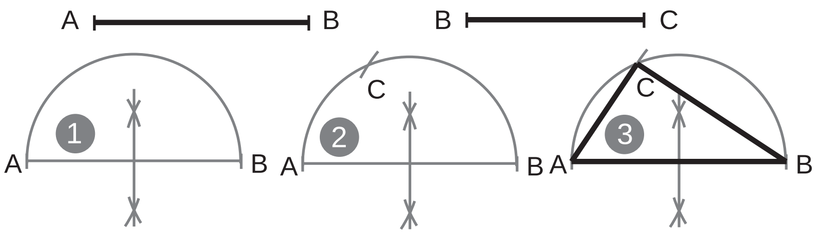
1º-Copiamos el segmento AB sobre una recta horizontal. Desde el extremo A levantamos una perpendicular.
2º- Sobre esa perpendicular elegimos un punto x y con este como vértice copiamos el ángulo dado.
3º- Trazamos una paralela al lado oblícuo del ángulo copiado pasando por el punto B. En la intersección de esta paralela con la primera perpendicular encontramos el punto C y ya podemos trazar el triángulo.



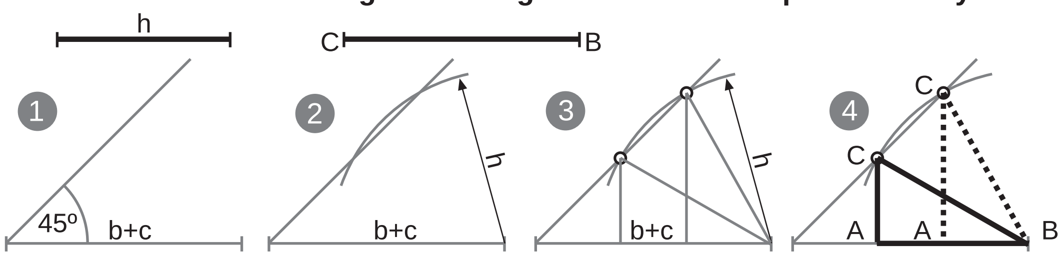
OTRO MÉTODO: Podemos sustituir los pasos 2º y 3º por el trazado del ARCO CAPAZ del ángulo dado sobre el segmento AB.

Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa AB y el cateto BC:

El ángulo opuesto a la hipotenusa en un ángulo recto es siempre recto. El arco capaz de 90º de cualquier segmento es la semicircunferencia.
1º- Hayamos el punto Medio y trazamos la semicircunferencia del segmento AB.
2º- Con centro en B y radio BC trazamos un arco que corta a la semicircunferencia en el pto C.
3º- Trazamos el triángulo ABC.

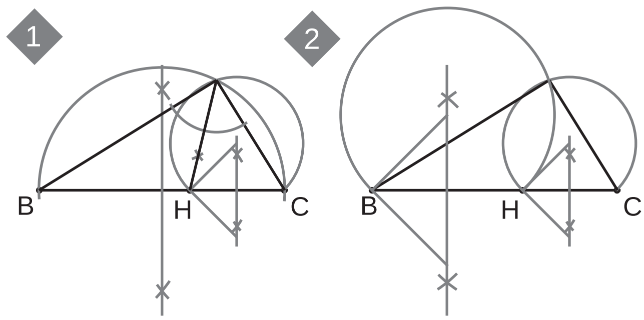


Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa h y la suma de los catetos b+c :



1º- A partir de un extremo del segmento b+c trazamos una recta a 45º.
2º- Con centro el otro extremo y radio h trazamos un arco que corta a la recta 45º en dos puntos que son dos soluciones (dos posibles vértices C)
3º- A partir de los puntos C (o uno de ellos) trazamos una perpendicular con el segmento b+c. el punto donde esta lo corte tendremos el tercer vértice (A) del triángulo. (obtenemos dos soluciones que cumplen los datos del enunciado.

Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa BC y sobre esta el punto H por donde pasa la bisectriz del ángulo recto del triángulo (selectividad Valencia, 2010):



Podemos sospechar que necesitaremos hayar el arco capaz de 90º o de 45º ya que sabemos que el vértice buscado será de 90º. Con esto podemos resolver el problema de dos formas:

1º- Trazamos el arco capaz de 90º del segmento BC y el de 45º de HC (donde ambos se cortan se encuentra la solución).

2º- Trazamos dos arcos capaces de 45º uno para el segmento BH y el otro para el HC.